Meissner-effekten: magnetfält kan ej penetrera en supraledare!

↳ EM-fältet får en effektiv massa som gör att fältet ej kan propagera fritt.

- Flesta metaller blir supraledande vid <u>låga</u> temperaturer

Historiskt: lång tid med låga T_c → teori om max 30 K

$YBa_2Cu_3O_7$: ortorombisk kristall, bas med 13 atomer

Börja med en enkel metall, ex. Na

↳ Antag att en e^- per atom lämnar för att åka runt kristallen

→ schrödinger för 10^{23} elektroner som växelverk. med varandra och 10^{23} positivt laddade joner med coulomb-vv

↳ går ej att lösa!

Vi tittar på <u>en</u> elektron istället, kvantmekaniskt

1. Antag att den rör sig fritt i en låda (PIL)

   Frielektronmodellen, kap 6

2. Antag att elektron påverkas av en periodisk potential från kristallen

   Bandstruktur, kap 7

Drudemodellen: e^- är klassiska partiklar som kolliderar med joner i kristallen

↳ enklaste beskrivningen av en metall!

Beräkna konduktivitet, σ Ohm's lag

Ohm's lag: $\vec{i} = \sigma \vec{E}$

ström

elektriskt fält

kraft $-e\vec{E}$ ~~på~~ på varje elektron!

- utan kollisioner: $m\frac{d\vec{v}}{dt} = -eE$ ⟶ ger en obegr. acceleration ⟶ FEL!

Vi måste ta med bromsande kraften, $-\frac{m\vec{v}}{\tau}$ ← tidsskala

- utan fält: $m\frac{d\vec{v}}{dt} = -m\frac{\vec{v}}{\tau}$ ⟶ $\vec{v} = \vec{v}_0 \exp(-\frac{t}{\tau})$

τ - ~~relaxation~~ relaxations- eller kollisionstid

- stationärt flöde i E-fält:

$$\cancel{m\frac{d\vec{v}}{dt}} = -\frac{m\vec{v}}{\tau} - e\vec{E} \longrightarrow \vec{v} = \frac{-e\vec{E}\tau}{m}$$

genomsnittlig hastighet

Strömmen: $\vec{i} = -en\vec{v}$

elektrontäthet $n = \frac{\text{antal } e^-}{\text{volymsenhet}}$

typiskt: $n \sim 10^{28}\ m^{-3},\ 10^{22}\ cm^{-3}$

$$\vec{I} = en\vec{v} = \frac{e^2 n \tau}{m} \vec{E}$$

σ Drudekonduktiviteten, τ okänd!

Hur är det med värmekapacitet, $c_V = \frac{dE}{dT}$?

Klassiska partiklar: energi $E = \frac{1}{2} k_B T \times$ (antal frihetsgrader)

{elektron som klassisk partikel} $= \frac{3}{2} k_B T$

$\longrightarrow c_V = \frac{3}{2} k_B$

Men experimentellt får vi:

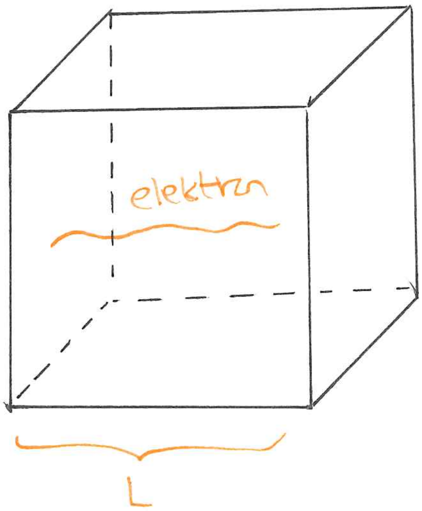
$c_V \cong \gamma T + A T^3$ $\qquad \gamma T \ll k_B$ } för låga temp!

elektroner $\qquad$ från fononer

<u>Lösning</u>: e^- måste beskrivas kvantmekaniskt som fermioner, dvs de uppfyller Pauliprincipen: bara <u>en</u> partikel per tillstånd!

Möjliga tillstånd:

- partikel i låda



$V = L^3$

Schrödinger:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 \psi = \varepsilon \psi$$

energi $\qquad$ vågfkn.

Lösning: $\psi_{\vec{k}} = \exp(i\vec{k}\vec{r})$ med $\varepsilon = \frac{\hbar^2 \bar{k}^2}{2m}$

$\bar{k}$: vågtal, våglängd $\lambda = \frac{2\pi}{|\bar{k}|}$, rörelsemängd $\vec{p} = \hbar\vec{k}$

Antag periodiska randvillkor! (minimerar randens betydelse)

$\rightarrow \psi(\vec{r}) = \psi(\vec{r} + L\hat{x}) \rightarrow \exp(i\vec{k}_x L) = 1$

$\rightarrow k_x = \frac{2\pi}{L} n_x$ $n =$ heltal

samma för k_y, k_z!

Tillstånd: ges av kvanttal (k_x, k_y, k_z) och spinn $\uparrow / \downarrow$

Fermi-Dirac fördelning:

sannolikhet att ett tillstånd med energi ε är besatt

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{k_B T}\right) + 1}$$

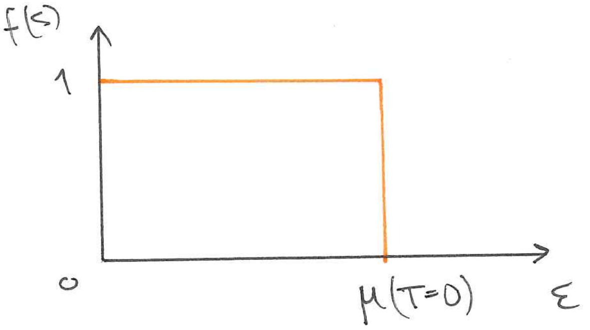
μ = kemisk potential

pg spinn

Antal e^- med ngt $\vec{k}$: $n_{\vec{k}} = \frac{2}{\exp\left(\frac{\varepsilon_{\vec{k}} - \mu}{k_B T}\right) + 1}$

$$\varepsilon_{\vec{k}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

Fermi-Dirac: $T = 0$, stegfkn.

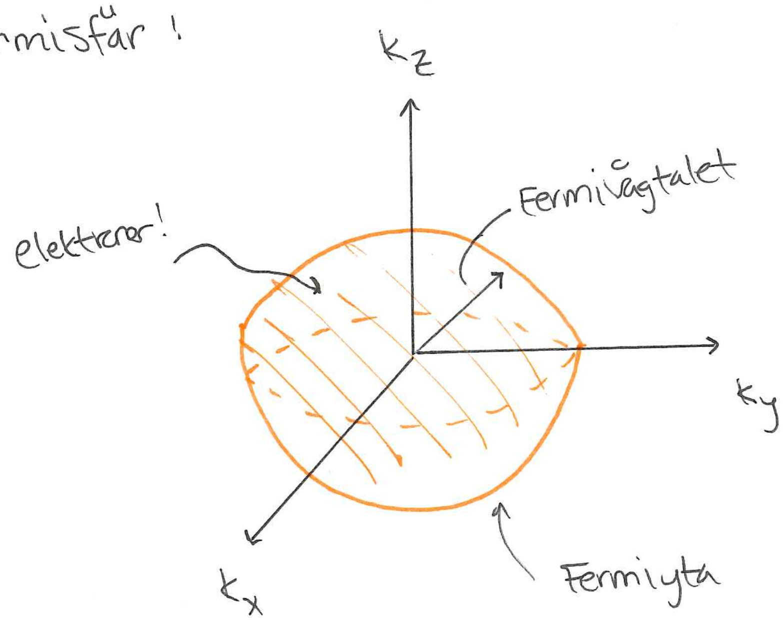


Fermienergin: $\varepsilon_F = \mu(T=0)$

Vid $T=0$: alla tillstånd med

$$\begin{cases} \varepsilon < \varepsilon_F \text{ är fulla} \\ \varepsilon > \varepsilon_F \text{ är tomma} \end{cases}$$

Fermisfär!



Det är en sfär, jag lovar!...

$$k_F \Rightarrow \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = \varepsilon_F$$

Beräkna Fermienergin ε_F:

ges av: $N = \sum_{\vec{k}} n_{\vec{k}} = 2 \sum_{k<k_F} 1 =$

skriv om som integral mha tillståndstäthet

$\Delta k_x = \frac{2\pi}{L}$

$1 = \frac{L}{2\pi} \cdot \Delta k_x$

antal elektroner ($\sim 10^{23}$)

$$= 2\left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 \sum \Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z =$$

$$= 2 \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k = 2 \frac{V}{(2\pi)^3} 4\pi \frac{1}{3} k_F^3$$

$$k_F = \left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(3\pi^2 n\right)^{\frac{1}{3}} \quad , \quad n = \frac{N}{V}$$ e^- - täthet

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}$$ är typiskt för metaller $\varepsilon_F \sim 5-10$ eV

→ Motsvarar $T_F = \frac{\varepsilon_F}{k_B} \sim 10\,000$ K

Fermitemp.

$T_F >> T$ gör att temp. påverkar endast e^- nära fermiytan!